

Les nombres décimaux — exercices · corrigé

Essentiel — à faire

Exercice 1 — Une bande de papier, et il faut écrire ce qui reste

(≈ 13 min)

Partager la bande en dix parts égales, puis écrire la fraction qui correspond à une part.

La bande de papier reçue est l'unité.

- Plier la bande en dix parts égales et découper une part. Écrire la fraction de cette part.
- Plier cette part en dix, puis découper. Écrire la fraction qui correspond.
- Combien faut-il de parts de la question b pour refaire la bande entière ?
- Recommencer une fois. Écrire la fraction, et dire pourquoi il devient difficile de découper.

Corrigé

a. Une part vaut $\frac{1}{10}$ de la bande : **un dixième d'unité**.

b. Une part de part vaut $\frac{1}{100}$: **un centième d'unité**. La bande a été partagée en 10, puis chaque part encore en 10, soit 100 parts en tout.

c. Il en faut **100**. On peut le vérifier en recollant, ou en raisonnant : 10 parts pour refaire un dixième, et 10 dixièmes pour refaire l'unité, donc $10 \times 10 = 100$.

d. On obtient $\frac{1}{1000}$, **un millième d'unité**. Sur une bande de 20 cm, un millième mesure 0,2 mm : c'est plus fin que le trait du crayon. La difficulté est physique, pas mathématique — le nombre, lui, existe très bien.

Le mot qui compte : on ne dit pas « un dixième » tout court, on dit « un dixième d'unité ». Tant que l'unité n'est pas nommée, la fraction ne désigne rien.

Exercice 2 — Le tableau de numération continue à droite

(≈ 12 min)

Placer chaque nombre dans le tableau de numération, un chiffre par colonne.

- Placer 3,5 puis 3,05 puis 3,50 dans un tableau de numération prolongé après les unités.
- Deux de ces trois nombres sont égaux. Lesquels ?
- Écrire en toutes lettres le nombre 45,207.
- Écrire en chiffres : douze unités et quatre centièmes.

Corrigé

a. Chaque chiffre occupe **une seule colonne**, et la virgule ne bouge pas :

unités	,	dixièmes	centièmes
3	,	5	
3	,	0	5
3	,	5	0

b. **3,5 et 3,50 sont égaux.** Le zéro de 3,50 est tout à la fin de la partie décimale : il n'ajoute aucun centième. Dans 3,05, le zéro est entre la virgule et le 5 : il occupe le rang des dixièmes, et repousse le 5 au rang des centièmes. 3,05 est donc dix fois plus petit que 3,5 pour cette part.

c. Quarante-cinq unités et deux cent sept millièmes.

d. 12,04. Le piège est le zéro : quatre centièmes, c'est zéro dixième et quatre centièmes.

Exercice 3 — Le chiffre des dixièmes, et le nombre de dixièmes

(≈ 8 min)

Indiquer pour chaque nombre le chiffre demandé, puis le nombre demandé.

On considère le nombre **687,432**.

a. Quel est le chiffre des dixièmes ? Et le nombre de dixièmes ?

b. Quel est le chiffre des centièmes ? Et le nombre de centièmes ?

c. Expliquer en une phrase la différence entre le chiffre et le nombre de dixièmes.

Corrigé

a. Le chiffre des dixièmes est **4**. C'est le chiffre qui occupe ce rang, rien de plus. Le nombre de dixièmes est **6 874**. On lit tout ce qui est à gauche du rang des dixièmes, ce rang compris : 687 unités font 6 870 dixièmes, auxquels s'ajoutent les 4 dixièmes.

b. Le chiffre des centièmes est **3**. Le nombre de centièmes est **68 743**.

c. Le **chiffre** d'un rang est un seul chiffre : il dit ce qui est écrit à cette place. Le **nombre** d'unités de ce rang dit combien il y en a en tout dans le nombre.

Le même piège qu'au chapitre 1, avec les dizaines. La règle n'a pas changé en passant la virgule.

Exercice 4 — Le tri des étiquettes

(≈ 14 min)

Grouper les étiquettes qui désignent le même nombre.

a. Écrire chaque groupe sur le cahier, et indiquer combien d'étiquettes il contient.

b. Une étiquette n'a aucune camarade. Laquelle, et pourquoi ?

Les douze étiquettes :

$$\frac{45}{100} \cdot 0,45 \cdot 45 \% \cdot \frac{4}{10} + \frac{5}{100} \cdot 2,45 \cdot \frac{245}{100} \cdot 2 + \frac{45}{100} \cdot \frac{7}{10} \cdot 0,7 \cdot 0,70 \cdot 4,5 \cdot \frac{45}{10}$$

Corrigé

On regroupe en calculant ce que vaut chaque étiquette, jamais en comparant leur allure. Le plus sûr est de tout ramener à l'écriture à virgule avant de comparer.

a. Il y a quatre groupes, de tailles différentes — et c'est ce qui empêche d'apparier au hasard.

Groupe	Étiquettes	Nombre
0,45	$\frac{45}{100} \cdot 0,45 \cdot 45 \% \cdot \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$	4
2,45	$2,45 \cdot \frac{245}{100} \cdot 2 + \frac{45}{100}$	3

Groupe	Étiquettes	Nombre
0,7	$\frac{7}{10} \cdot 0,7 \cdot 0,70$	3
4,5	$4,5 \cdot \frac{45}{10}$	2

b. Aucune étiquette n'est réellement seule : le dernier groupe en contient deux. **La question est un piège**, et il faut le dire. Beaucoup d'élèves déclarent 45 % isolée parce qu'elle ne ressemble à rien d'autre, ou $\frac{45}{10}$ parce qu'elle ressemble trop à $\frac{45}{100}$.

Ce qu'il faut retenir : deux écritures qui se ressemblent ne désignent pas forcément le même nombre — $\frac{45}{100}$ vaut 0,45 et $\frac{45}{10}$ vaut 4,5. La seule façon de trancher est de calculer ce que chacune vaut.

Exercice 5 — Graduer soi-même, puis placer (≈ 13 min)

Tracer une demi-droite graduée au dixième, puis y placer les nombres demandés.

Sur le papier millimétré, l'unité de longueur est **5 cm**.

- Tracer une demi-droite, marquer l'origine 0, puis reporter l'unité pour placer 1, 2 et 3.
- Partager chaque intervalle en dix parts égales.
- Placer les points d'abscisses 0,4 puis 1,7 puis 2,3.
- Combien de traits de graduation y a-t-il entre 0 et 1, en comptant celui de 0 et celui de 1 ?

Corrigé

- Tracer la demi-droite le long d'une ligne du papier millimétré, marquer l'origine et écrire 0 dessous. Reporter ensuite **5 cm** trois fois de suite, à la règle ou au compas, et écrire 1, 2 et 3 sous les trois traits obtenus. Les reports doivent partir du trait précédent, jamais de l'origine : sinon les écarts se creusent.
- Chaque unité mesure 5 cm, donc chaque dixième mesure **5 mm**. Sur du papier millimétré, c'est cinq carreaux : la graduation se fait sans mesurer.
- Pour 0,4 : quatre parts après 0. Pour 1,7 : sept parts après 1. Pour 2,3 : trois parts après 2.
- Il y a **onze traits**, et **dix intervalles**.

C'est là que se joue l'erreur la plus fréquente du chapitre. Ce qu'on compte pour placer un nombre, ce sont les **intervalles**, pas les traits. Dix parts égales, onze traits pour les délimiter — comme il faut onze poteaux pour dix travées de clôture.

Exercice 6 — L'erreur de Malo (≈ 12 min)

Expliquer pourquoi le raisonnement de Malo ne fonctionne pas.

Malo affirme : « 4,27 est plus grand que 4,5, parce que 27 est plus grand que 5. »

- Placer 4,27 et 4,5 sur une demi-droite graduée au centième entre 4 et 5.
- Écrire les deux nombres avec le même nombre de chiffres après la virgule.
- Malo a-t-il raison ? Écrire la comparaison correcte avec un signe.

d. Expliquer en une phrase ce que Malo a pensé, et pourquoi ça ne marche pas.

Corrigé

a. 4,27 se place à 27 centièmes après 4. 4,5 se place à 50 centièmes après 4. **4,5 est plus loin.**

b. 4,27 et **4,50**. Écris ainsi, la comparaison saute aux yeux : 27 centièmes contre 50 centièmes.

c. Malo a tort. **4,27 < 4,5**.

d. Malo a lu « 27 » et « 5 » comme deux nombres entiers, et il a comparé 27 et 5. Ça ne marche pas parce que les chiffres après la virgule ne forment pas un nombre : **chacun occupe un rang**. Le 2 de 4,27 est au rang des dixièmes, le 5 de 4,5 aussi — et 2 est plus petit que 5.

La règle qui en sort : on compare les parties entières ; si elles sont égales, on compare les chiffres des dixièmes ; puis ceux des centièmes, et ainsi de suite.

Exercice 7 — Y a-t-il un nombre entre 4,2 et 4,3 ? (≈ 12 min)

Chercher un nombre décimal compris entre les deux nombres proposés.

a. Existe-t-il un nombre décimal compris entre 4,2 et 4,3 ? Si oui, en donner un.

b. Existe-t-il un nombre décimal compris entre 4,25 et 4,26 ? Si oui, en donner un.

c. Existe-t-il un nombre décimal compris entre 4,254 et 4,255 ? Si oui, en donner un.

d. Que peut-on dire, à la fin ?

Corrigé

a. Oui. Par exemple **4,25**. On repartage l'intervalle entre 4,2 et 4,3 en dix : on obtient 4,21 ; 4,22 ; ... ; 4,29. Neuf nombres apparaissent.

b. Oui. Par exemple **4,255**. On recommence : on partage l'intervalle en dix, au rang des millièmes.

c. Oui. Par exemple **4,2545**. Le procédé ne s'arrête pas.

d. **Entre deux nombres décimaux différents, il y en a toujours un autre.** À chaque fois qu'on croit être arrivé au bout, il suffit de repartager en dix.

Pourquoi c'est surprenant. Avec les nombres entiers, ce n'est pas vrai : entre 4 et 5 il n'y a aucun entier. Les décimaux ne se suivent pas comme les entiers — ils n'ont pas de « suivant ».

Consolidation — pour stabiliser

Exercice 8 — Passer d'une écriture à l'autre (≈ 10 min)

Compléter le tableau en donnant les écritures manquantes de chaque nombre.

Compléter le tableau. Une case barrée signifie que l'écriture n'existe pas pour ce nombre.

Écriture à virgule	Fraction décimale	Nombre mixte	Pourcentage
0,7		×	
	$\frac{325}{100}$		×
1,08			×
			6 %

Corrigé

Écriture à virgule	Fraction décimale	Nombre mixte	Pourcentage
0,7	$\frac{7}{10}$	×	70 %
3,25	$\frac{325}{100}$	$3 + \frac{25}{100}$	×
1,08	$\frac{108}{100}$	$1 + \frac{8}{100}$	×
0,06	$\frac{6}{100}$	×	6 %

Pourquoi certaines cases sont barrées. Le nombre mixte est un entier plus une fraction **inférieure à 1** : il n'existe que pour un nombre supérieur à 1. Le pourcentage correspond à une fraction de dénominateur 100 : on ne l'emploie ici que pour les nombres inférieurs à 1.

Le piège de la première ligne. 0,7 se lit « sept dixièmes », donc $\frac{7}{10}$ — pas $\frac{7}{100}$. Le dénominateur se lit sur le **rang du dernier chiffre**, pas sur le nombre de chiffres écrits.

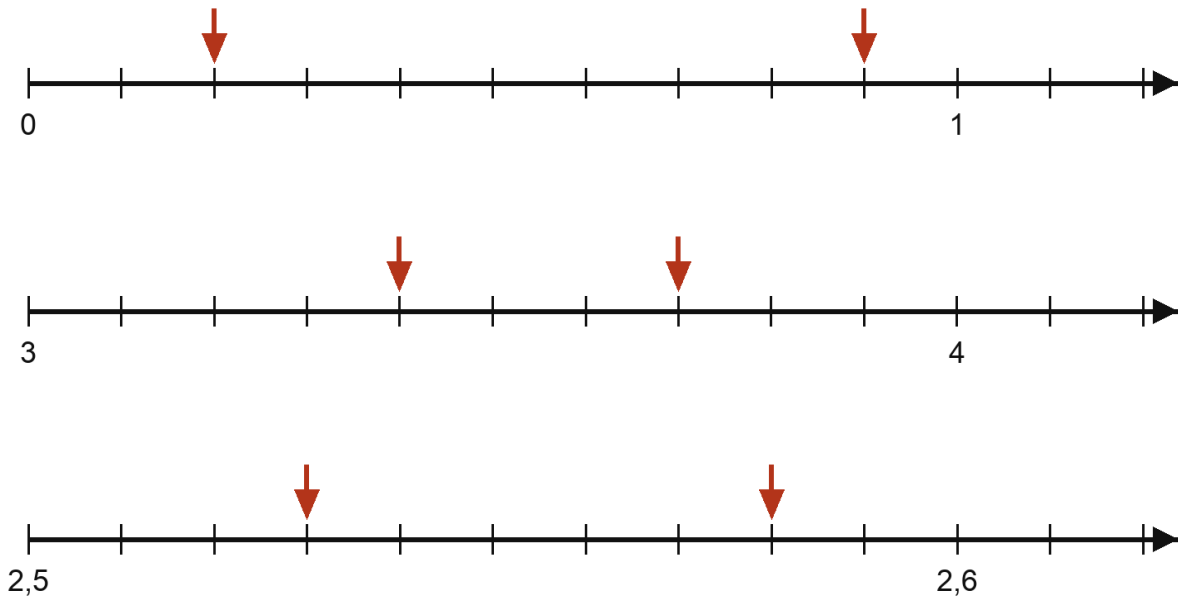
$$\text{Et } 0,7 = \frac{7}{10} = \frac{70}{100} = 70 \, \%.$$

Exercice 9 — Lire l'abscisse d'un point

($\approx 7 \text{ min}$)

Donner l'abscisse de chaque point désigné par une flèche.

- Sur la première demi-droite, donner l'abscisse des deux points désignés.
- Sur la deuxième demi-droite, donner l'abscisse des deux points désignés.
- Sur la troisième demi-droite, donner l'abscisse des deux points désignés.
- Ces trois demi-droites n'ont pas la même graduation. Expliquer comment on le voit.



Corrigé

- a. **0,2** et **0,9**. Entre 0 et 1, l'intervalle est partagé en dix : une part vaut un dixième.
- b. **3,4** et **3,7**. Même graduation que la première : une part vaut un dixième.
- c. **2,53** et **2,58**. Ici les deux nombres écrits sont 2,5 et 2,6 : l'intervalle entre eux vaut un dixième, et il est partagé en dix. Une part vaut donc **un centième**.
- d. On le voit en regardant **les deux nombres écrits**, jamais les traits. Sur les deux premières, l'écart entre les nombres écrits vaut 1, partagé en dix : une part vaut 0,1. Sur la troisième, l'écart vaut 0,1, partagé en dix : une part vaut 0,01.

La question à se poser en premier, toujours : *combien vaut une part, ici ?*

Exercice 10 — Ranger, et dire pourquoi

(≈ 10 min)

Ranger la liste de nombres dans l'ordre croissant.

- a. Ranger dans l'ordre croissant : 7,2 · 7,125 · 7,08 · 7,20 · 7,8 · 7,102.
- b. Justifier la comparaison entre 7,125 et 7,2.
- c. Justifier la comparaison entre 7,125 et 7,102.
- d. Deux de ces nombres sont égaux. Lesquels ?

Corrigé

- a. **7,08 < 7,102 < 7,125 < 7,2 = 7,20 < 7,8**
- b. Les parties entières sont égales : 7 et 7. On compare les chiffres des dixièmes : 1 et 2. Comme $1 < 2$, on a **7,125 < 7,2**. Le fait que 7,125 ait plus de chiffres ne joue aucun rôle.
- c. Parties entières égales. Chiffres des dixièmes égaux : 1 et 1. On compare les chiffres des centièmes : 0 et 2. Comme $0 < 2$, on a **7,102 < 7,125**.
- d. **7,2 et 7,20**. Le zéro final n'ajoute aucun centième.

Ce qu'il faut avoir compris : la longueur de l'écriture ne dit rien de la taille du nombre. 7,8 est le plus grand des six et c'est le plus court à écrire.

Exercice 11 — Arrondir, c'est choisir le plus proche

(≈ 8 min)

Donner la valeur arrondie de chaque nombre au rang demandé.

- Donner la valeur arrondie de 3,58 à l'unité, puis au dixième.
- Donner la valeur arrondie de 12,047 au dixième, puis au centième.
- Donner la valeur arrondie de 9,96 au dixième.
- Pour la question a, expliquer pourquoi l'arrondi au dixième n'est pas 3,5.

Corrigé

- À l'unité : **4** — 3,58 est entre 3 et 4, et il est plus proche de 4. Au dixième : **3,6** — 3,58 est entre 3,5 et 3,6, et il est plus proche de 3,6.
- Au dixième : **12,0**. Au centième : **12,05**.
- 10,0**. 9,96 est entre 9,9 et 10,0 ; il est plus proche de 10,0. C'est le cas qui surprend : arrondir peut faire changer la partie entière.
- Parce qu'arrondir n'est pas **couper**. 3,5 s'obtiendrait en effaçant le 8. Mais entre 3,5 et 3,6, le nombre 3,58 est plus proche de 3,6 : l'écart vaut 0,08 d'un côté et 0,02 de l'autre.

La vérification qui ne trompe pas : placer les deux candidats sur une graduation, et regarder de quel côté tombe le nombre.

Approfondissement — pour aller plus loin

Exercice 12 — Le classement de la finale

(≈ 20 min)

Établir le classement des cinq athlètes à partir des temps donnés.

Les temps de la finale du 100 mètres ont été écrits de cinq façons :

Aya : 10,84 s · Yanis : 10 s et 79 centièmes · Lucie : $10 + \frac{8}{10} + \frac{1}{100}$ s · Ibrahim : 10 800 millièmes de seconde · Mia : $\frac{1088}{100}$ s

- Écrire les cinq temps en écriture à virgule.
- Établir le classement, du plus rapide au plus lent.
- Quel est l'écart entre le premier et le dernier ? Deux athlètes sont-ils à égalité ?

Corrigé

a. Aya : 10,84 · Yanis : 10,79 · Lucie : 10,81 · Ibrahim : 10,8 · Mia : 10,88

Le détail qui piège : **le temps d'Ibrahim est donné en millièmes**. 10 800 millièmes de seconde valent 10,800 s, c'est-à-dire 10,8 s — et non 10,800 lu comme « dix mille huit cents ».

b. Sur une course, le plus rapide est celui dont le temps est **le plus petit**.

1. Yanis (10,79) · 2. Ibrahim (10,8) · 3. Lucie (10,81) · 4. Aya (10,84) · 5. Mia (10,88)

c. $10,88 - 10,79 = 0,09$ s, soit neuf centièmes de seconde.

Aucune égalité. On pourrait le croire pour Ibrahim (10,8) et Lucie (10,81), mais $10,8 = 10,80$ et $10,80 < 10,81$. Un centième les sépare.

Ce que la tâche demande vraiment : avant de comparer, tout ramener à la même écriture. Cinq écritures différentes du même type de grandeur ne se comparent pas telles quelles.